

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА



*ИЗДАТЕЛЬСТВО АСТ
МОСКВА*

УДК 51
ББК 22.1
П27

Серия «Эксклюзив: Русская классика»

Серийное оформление *Е. Фerez*

Компьютерный дизайн *А. Чаругиной*

Перельман, Яков Исидорович.

П27 Живая математика / Яков Исидорович Перельман. — Москва : Издательство АСТ, 2020. — 288 с. — (Эксклюзив: Русская классика).

ISBN 978-5-17-121646-7

Книга, выдержавшая как в нашей стране, так и за рубежом десятки переизданий и по-прежнему популярная среди юных и взрослых читателей, увлеченных миром занимательной математики — или только открывающих его для себя.

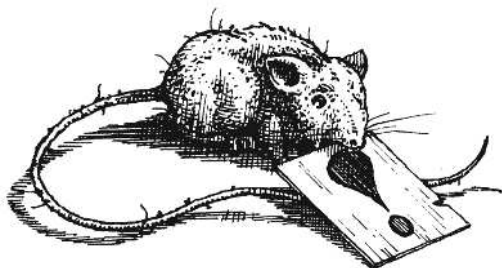
Забудьте о скучных страницах учебников. Вас ждут остроумные и хитрые задачи на смекалку и увлекательные головоломки, тайны шифрованной переписки и удивительные фокусы с цифрами, замысловатые трюки математической гимнастики и даже небольшие рассказы с математическим секретом.

Великий популяризатор науки Яков Исидорович Перельман поможет вам понять: математика — это занятно и очень, очень весело!

УДК 51
ББК 22.1

ISBN 978-5-17-121646-7

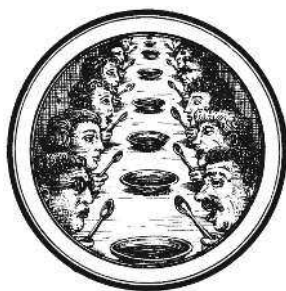
© Бондаренко А.Л., иллюстрации, 2017
© ООО «Издательство АСТ», 2020



ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Для чтения этой книги достаточно весьма скромная математическая подготовка: знание правил арифметики и элементарных сведений из геометрии. Лишь незначительная часть задач требует умения составлять и решать простейшие уравнения. Тем не менее содержание книги весьма разнообразно: от пестрого подбора головоломок и замысловатых трюков математической гимнастики до полезных практических приемов счета и измерения. Составитель заботился о свежести включаемого материала и избегал повторения того, что входит в другие сборники того же автора («Фокусы и развлечения», «Занимательные задачи»). Читатель найдет здесь много головоломок, не включенных в другие книги, причем некоторые из задач, например крокетные, вообще никогда не публиковались.

Я. И. Перельман



Глава первая В ДОМЕ ОТДЫХА

ЗАВТРАК С ГОЛОВОЛОМКАМИ

1. Белка на поляне

— Сегодня утром я с белкой в прятки играл, — рассказывал во время завтрака один из собравшихся за столом дома отдыха. — Вы знаете в нашем лесу круглую полянку с одинокой березой посередине? За этим деревом и пряталась от меня белка. Выйдя из чащи на полянку, я сразу заметил беличью мордочку с живыми глазками, уставившуюся на меня из-за ствола. Осторожно, не приближаясь, стал я обходить по краю полянки, чтобы взглянуть на зверька. Раза четыре обошел я дерево, но плутовка отступала по стволу в обратную сторону, по-прежнему показывая только мордочку. Так и не удалось мне обойти вокруг белки.

— Однако, — возразил кто-то, — сами же вы говорите, что четыре раза обошли вокруг дерева.

— Вокруг дерева, но не вокруг белки!

— Но белка-то на дереве?

— Что же из того?

— То, что вы кружились и вокруг белки.

— Хорошо кружился, если ни разу не видел ее спинки!

— При чем тут спинка? Белка в центре, вы ходите по кругу, значит, ходите вокруг белки.

— Ничуть не значит. Вообразите, что я хожу около вас по кругу, а вы поворачиваетесь ко мне все время лицом, пряча спину. Скажете вы разве, что я кружусь вокруг вас?

— Конечно, скажу. Как же иначе?

— Кружусь, хотя не бываю позади вас, не вижу вашей спины?

— Далась вам спина! Вы замыкаете вокруг меня путь — вот в чем суть дела, а не в том, чтобы видеть спину!

— Позвольте, что значит кружиться вокруг чего-нибудь? По-моему, это означает только одно: становиться последовательно в такие места, чтобы видеть предмет со всех сторон. Ведь правильно, профессор? — обратился спорящий к сидевшему за столом старику.

— Спор идет у вас, в сущности, о словах, — ответил ученый. — А в таких случаях надо начинать всегда с того, о чем вы только сейчас завели речь: надо договориться о значении слов. Как пони-

мать слова «двигаться вокруг предмета»? Смысл их может быть двоякий. Можно, во-первых, разуметь под ними перемещение по замкнутой линии, внутри которой находится предмет. Это одно понимание. Другое: двигаться по отношению к предмету так, чтобы видеть его со всех сторон. Держась первого понимания, вы должны признать, что четыре раза обошли вокруг белки. Придерживаясь же второго, обязаны заключить, что не обошли вокруг нее ни разу. Поводов для спора здесь, как видите, нет, если обе стороны говорят на одном языке, понимают слова одинаково.

— Прекрасно, можно допустить двоякое понимание. Но какое все же правильное?

— Так ставить вопрос не приходится. Условливаться можно о чем угодно. Уместно только спросить, что более согласно с общепринятым пониманием. Я сказал бы, что лучше вяжется с духом языка первое понимание, и вот почему. Солнце, как известно, делает полный оборот вокруг своей оси немного более, чем за 25 суток.

— Солнце вертится?

— Конечно, как и Земля, вокруг оси. Вообразите, однако, что вращение Солнца совершается медленнее, а именно что оно делает один оборот не в 25 суток, а в $365\frac{1}{4}$ суток, то есть в год. Тогда Солнце было бы обращено к Земле всегда одной и той же своей стороной; противоположной половины, «спиной» Солнца, мы никогда не видели бы.

Но разве стал бы кто-нибудь утверждать из-за этого, что Земля не кружится вокруг Солнца?

— Да, теперь ясно, что я все-таки кружился вокруг белки.

— Есть предложение, товарищи! Не расходиться, — сказал один из слушавших спор. — Так как в дождь гулять никто не пойдет, а перестанет дождик, видно, не скоро, то давайте проведем

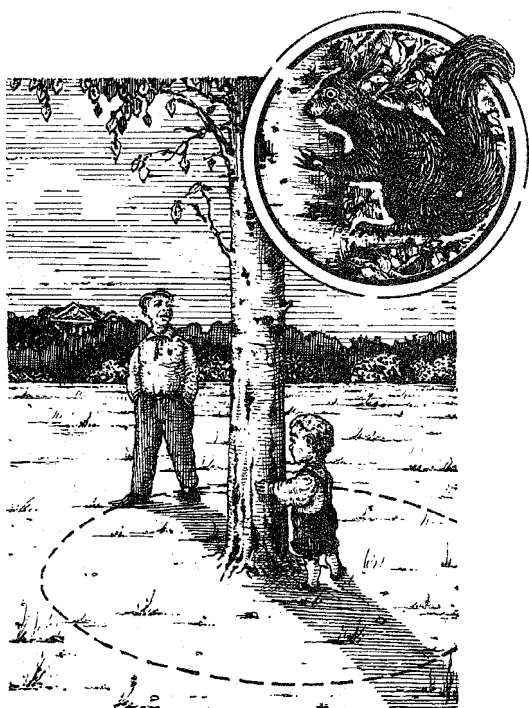


Рис. 1. «Раза четыре обошел я дерево...»

здесь время за головоломками. Начало положено. Пусть каждый по очереди придумает или припомнит какую-нибудь головоломку. Вы же, профессор, явитесь нашим верховным судьей.

— Если головоломки будут с алгеброй или с геометрией, то я должна отказаться, — заявила молодая женщина.

— И я тоже, — присоединился кто-то.

— Нет, нет, участвовать должны все! А мы попросим присутствующих не привлекать ни алгебру, ни геометрию, разве только самые начатки. Возражений не имеется?

— Тогда я согласна и готова первая предложить головоломку.

— Прекрасно, просим! — донеслось с разных сторон. — Начинайте.

2. В коммунальной кухне

— Головоломка моя зародилась в обстановке коммунальной квартиры. Задача, так сказать, бытовая. Жилица — назову ее для удобства Тройкиной — положила в общую плиту 3 полена своих дров, жилица Пятеркина — 5 поленьев. Жилец Бестопливный, у которого, как вы догадываетесь, не было своих дров, получил от обеих гражданок разрешение сварить обед на общем огне. В возмещение расходов он уплатил соседкам 80 копеек. Как должны они поделить между собой эту плату?



Рис. 2. На кухне

— Пополам, — поспешил заявить кто-то. — Бестопливный пользовался их огнем в равной мере.

— Ну нет, — возразил другой, — надо принять в соображение, как участвовали в этом огне дровяные вложения гражданок. Кто дал 3 полена, должен получить 30 копеек; кто дал 5 поленьев, получает 50 копеек. Вот это будет справедливый дележ.

— Товарищи, — взял слово тот, кто затеял игру и считался теперь председателем собрания. — Окончательные решения головоломок давайте пока не объявлять. Пусть каждый еще подумает над ними. Правильные ответы судья огласит нам за ужином. Теперь следующий. Очередь за вами, товарищ пионер!

3. Работа школьных кружков

— В нашей школе, — начал пионер, — имеется 5 кружков: политкружок, военный, фотографический, шахматный и хоровой. Политкружок

занимается через день, военный — через 2 дня на 3-й; фотографический — каждый 4-й день, шахматный — каждый 5-й день и хоровой — каждый 6-й день. Первого января собрались в школе все 5 кружков, а затем занятия велись в назначенные по плану дни, без отступлений от расписания. Вопрос состоит в том, сколько в первом квартале было еще вечеров, когда собирались в школе все 5 кружков.

— А год был простой или високосный? — осведомились у пионера.

— Простой.

— Значит, первый квартал — январь, февраль, март — надо считать за 90 дней?

— Очевидно.

— Позвольте к вопросу вашей головоломки присоединить еще один, — сказал профессор. — А именно: сколько в том же квартале года было



Рис. 3. «В нашей школе, — начал пионер, — имеется пять кружков...»

таких вечеров, когда кружковые занятия в школе вовсе не проходили?

— Ага, понимаю! — раздался возглас. — Задача с подвохом. Ни одного дня не будет больше с 5 кружками и ни одного дня без всяких кружков. Это уже ясно!

— Почему? — спросил председатель.

— Объяснить не могу, но чувствую, что отгадчика хотят поймать впросак.

— Ну, это не довод. Вечером выяснится, правильно ли ваше предчувствие. За вами очередь, товарищ!

4. Кто больше?

— Двое считали в течение часа всех, кто проходил мимо них по тротуару. Один стоял у ворот дома, другой прохаживался взад и вперед по тротуару. Кто насчитал больше прохожих?

— Идя, больше насчитаешь, ясное дело, — донеслось с другого конца стола.

— Ответ узнаем за ужином, — объявил председатель. — Следующий!

5. Дед и внук

— То, о чем я скажу, происходило в 1932 году. Мне было тогда ровно столько лет, сколько выражают последние две цифры года моего рождения. Когда я об этом соотношении рассказал деду, он удивил

меня заявлением, что с его возрастом выходит то же самое. Мне это показалось невозможным...

— Разумеется, невозможно, — вставил чей-то голос.

— Представьте, вполне возможно! Дед доказал мне это. Сколько же было лет каждому из нас?

6. Железнодорожные билеты

— Я — железнодорожная кассирша, продаю билеты, — начала следующая участница игры. — Многим это кажется очень простым делом. Не подозревают, с каким большим числом билетов приходится иметь дело кассиру даже маленькой станции. Ведь необходимо, чтобы пассажиры могли получить билеты от данной станции до любой другой на той же дороге, притом в обоих направлениях. Я служу на дороге с 25 станциями. Сколько же различных образцов билетов заготовлено железной дорогой для всех ее касс?

— Ваша очередь, товарищ летчик, — провозгласил председатель.

7. Полет дирижабля

— Из Ленинграда* вылетел прямо на север дирижабль. Пролетев в северном направлении 500 км, он повернул на восток. Пролетев в эту сторону 500 км, дирижабль сделал новый

* Сейчас Санкт-Петербург. — *Прим. ред.*

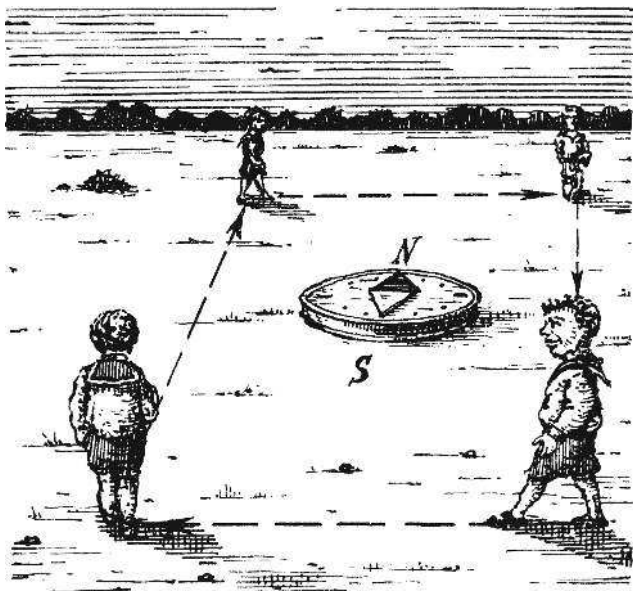


Рис. 4. «500 шагов вперед, 500 вправо, 500 назад...»

поворот — на юг и прошел в южном направлении 500 км. Затем он повернул на запад и, пролетев 500 км, опустился на землю. Спрашивается: где расположено место спуска дирижабля относительно Ленинграда — к западу, к востоку, к северу или к югу?

— На простача рассчитываете, — сказал кто-то, — 500 шагов вперед, 500 вправо, 500 назад да 500 влево, куда придем? Откуда вышли, туда и придем!

— Итак, где, по-вашему, спустился дирижабль?

— На том же ленинградском аэродроме, откуда поднялся. Не так разве?

— Именно не так.

— В таком случае я ничего не понимаю!

— В самом деле, здесь что-то неладно, — вступил в разговор сосед. — Разве дирижабль спустился не в Ленинграде? Нельзя ли повторить задачу?

Летчик охотно исполнил просьбу. Его внимательно выслушали и с недоумением переглянулись.

— Ладно, — объявил председатель. — До ужина успеем подумать об этой задаче, а сейчас будем продолжать.

8. Тень

— Позвольте мне, — сказал очередной загадчик, — взять сюжетом головоломки тот же дирижабль. Что длиннее: дирижабль или его полная тень?

— В этом и вся головоломка?

— Вся.

— Тень, конечно, длиннее дирижабля: ведь лучи солнца расходятся веером, — последовало сразу решение.

— Я бы сказал, — возразил кто-то, — что, напротив, лучи солнца параллельны; тень и дирижабль одной длины.

— Что вы? Разве не случалось вам видеть расходящиеся лучи от спрятавшегося за облаком